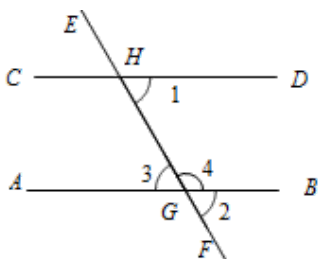
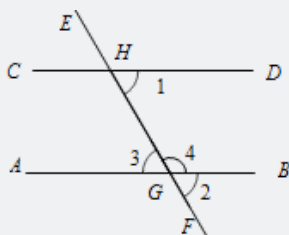


第4讲 平行线的性质

一、 平行线的性质

	两条平行线被第三条直线所截，_____。 简单说成：_____。 书写：
【如图所示】 	两条平行线被第三条直线所截，_____。 简单说成：_____。 书写：
	、两条平行线被第三条直线所截， _____。 简单说成：_____。 书写：

【教法备注】



1、平行线的性质1：

两条平行线被第三条直线所截，同位角相等。

简单说成：两直线平行，同位角相等。

书写：

$\because AB \parallel CD,$

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (两直线平行, 同位角相等) .

2、平行线的性质2 :

两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等 .

简单说成: 两直线平行, 内错角相等 .

书写 :

$\because AB \parallel CD,$

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ (两直线平行, 内错角相等)

3、平行线的性质3 :

两条平行线被第三条直线所截, 同旁内角互补 .

简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补 .

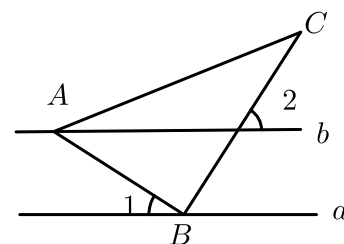
书写 :

$\because AB \parallel CD,$

$\therefore \angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补) .

|| 例题

1. 如图, 直线 $a \parallel b$, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角顶点 B 落在直线 a 上, 若 $\angle 1 = 25^\circ$, 则 $\angle 2$ 的大小为 () .



A. 55°

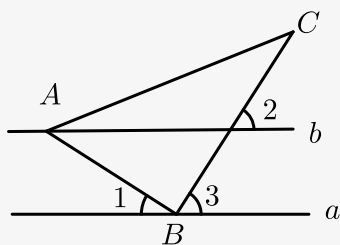
B. 75°

C. 65°

D. 85°

【答案】 C

【解析】 $\because \angle 1 = 25^\circ,$



$$\therefore \angle 3 = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ .$$

$\because a \parallel b,$

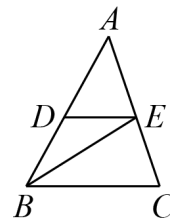
$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 65^\circ .$$

【标注】【知识点】平行线的性质

【重点强调】

2018~2019学年3月天津南开区南开大学附属中学初一下学期月考第5题3分

2. 如图所示, BE 平分 $\angle ABC$, $DE \parallel BC$, 图中相等的角共有 () .



A. 3对

B. 4对

C. 5对

D. 6对

【答案】C

【解析】 $\because BC \parallel DE$,

$\therefore \angle ADE = \angle ABC$, $\angle AED = \angle CB$, $\angle DEB = \angle EBC$.

又 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABE = \angle EBC$, $\angle ABE = \angle DEB$.

综上所述, 共有5对角相等.

【标注】【知识点】平行线的性质

【能力】推理论证能力

【重点强调】

2018~2019学年3月天津和平区天津市第二十一中学初一下学期月考第8题3分

3. 一辆汽车在笔直的公路上行驶, 两次拐弯后, 仍在原来的方向上平行前进, 那么两次拐弯的角度是 () .

A. 第一次右拐 15° , 第二次左拐 165°

B. 第一次左拐 15° , 第二次右拐 15°

C. 第一次左拐 15° , 第二次左拐 165°

D. 第一次右拐 15° , 第二次右拐 15°

【答案】B

【解析】利用同位角相等, 两直线平行可得答案为B,

故选B.

【标注】【知识点】同位角、内错角、同旁内角

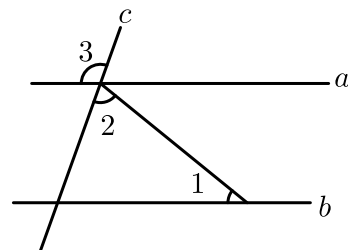
【知识点】平行线的性质

【重点强调】

2018~2019学年3月天津河北区天津市第二中学初一下学期月考第13题2分

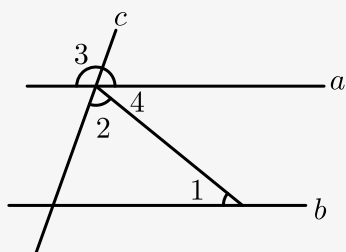
练习

4. 如图，直线 a ， b 被直线 c 所截，若 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = 70^\circ$ ，则 $\angle 3 =$ _____ 度.



【答案】 110

【解析】 如下图，



$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 4,$$

$$\because \angle 1 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = 40^\circ,$$

$$\because \angle 2 = 70^\circ,$$

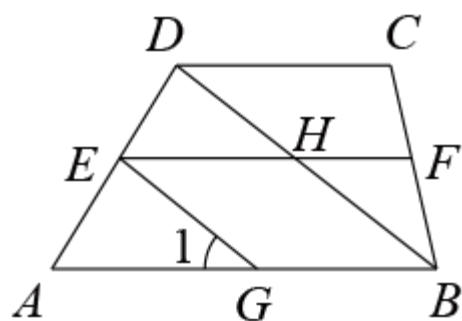
$$\therefore \angle 3 = \angle 2 + \angle 4 = 110^\circ.$$

【标注】 【知识点】 平行线的性质

【重点强调】

2017~2018学年3月天津河西区天津市第四十二中学初一下学期月考第17题3分

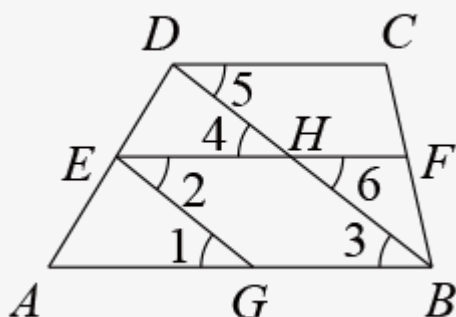
5. 如图，已知 $AB \parallel EF \parallel DC$ ， $EG \parallel BD$ ，则图中与 $\angle 1$ 相等的角共有（ ）.



- A. 6个 B. 2个 C. 5个 D. 4个

【答案】C

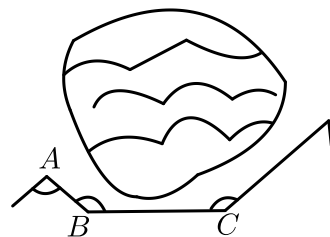
【解析】如图，答案为C.



【标注】【知识点】平行线的性质

【能力】推理论证能力

6. 如图，一条公路修在湖边时，需拐弯绕湖而过，如果第一次拐的角 $\angle A$ 是 120° ，第二次拐的角 $\angle B$ 是 150° ，第三次拐的角是 $\angle C$ ，这时的道路恰好和第一次拐弯之前的道路平行，则 $\angle C =$ _____ 度.

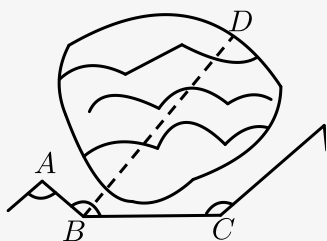


【答案】150

【解析】如图所示：过点B作 $BD \parallel AE$,

$\therefore AE \parallel CF$,

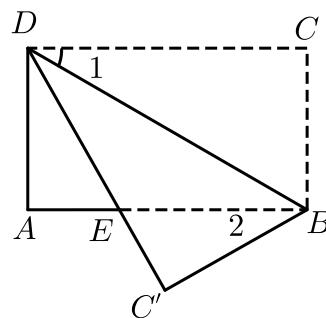
$\therefore AE \parallel BD \parallel CF$,
 $\therefore \angle ABD = \angle A = 120^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = 150^\circ$,
 $\therefore \angle CBD = \angle CBA - \angle ABD = 150^\circ - 120^\circ = 30^\circ$,
 $\therefore CF \parallel BD$,
 $\therefore \angle CBD + \angle C = 180^\circ$ (两直线平行 , 同旁内角互补) ,
 $\therefore \angle C = 180^\circ - \angle CBD = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.



【标注】【知识点】平行线的性质

|| 例题

7. 如图 , 将矩形纸片 $ABCD$ 沿 BD 折叠 , 得到 $\triangle BC'D$, $C'D$ 与 AB 交于点 E . 若 $\angle 1 = 35^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 () .



- A. 20° B. 30° C. 35° D. 55°

【答案】 A

【解析】 $\because \angle 1 = 35^\circ$, $CD \parallel AB$,
 $\therefore \angle ABD = 35^\circ$, $\angle DBC = 55^\circ$,
 由折叠可得 $\angle DBC' = \angle DBC = 55^\circ$,
 $\therefore \angle 2 = \angle DBC' - \angle DBA = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$.
 故选 A .

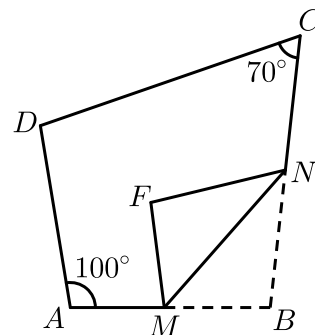
【标注】【知识点】平行线相关折叠问题

【重点强调】

2017~2018学年3月天津河北区木斋中学初一下学期月考第10题3分

练习

8. 如图，四边形 $ABCD$ 中，点 M ， N 分别在 AB ， BC 上，将 $\triangle BMN$ 沿 MN 翻折，得 $\triangle FMN$ ，若 $MF \parallel AD$ ， $FN \parallel DC$ ，则 $\angle B = (\quad)$.



A. 80°

B. 100°

C. 85°

D. 95°

【答案】 D

【解析】 $\because DA \parallel FM$ ， $DC \parallel FN$ ，

$$\therefore \angle BMF = \angle A = 100^\circ, \angle BNF = \angle C = 70^\circ,$$

又 $\because$ 折叠性质，

$$\therefore \angle BNM = \frac{1}{2} \angle BNF = 35^\circ, \angle BMN = \frac{1}{2} \angle BMF = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle BNM - \angle BMN = 180^\circ - 35^\circ - 50^\circ = 95^\circ.$$

【标注】 【能力】 推理论证能力

【能力】 运算能力

【知识点】 轴对称的定义

【知识点】 平行线的性质

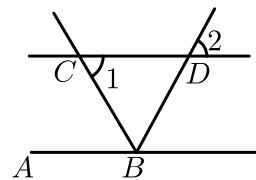
【知识点】 平行线相关折叠问题

【重点强调】

2017~2018学年3月天津武清区英华国际中学初一下学期月考第11题3分

例题

9. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ， BC 平分 $\angle ABD$ ， $\angle 1 = 54^\circ$ ，求 $\angle 2$ 的度数 .



【答案】 72° .

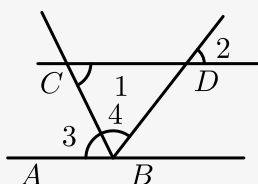
【解析】 方法一：直线 $AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 = 54^\circ ,$$

$\because BC$ 平分 $\angle ABD$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 54^\circ ,$$

$$\therefore \angle 2 \text{ 的度数为 } : 180^\circ - 54^\circ - 54^\circ = 72^\circ .$$



方法二： $\because AB \parallel CD$, $\angle 1 = 54^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle 1 = 54^\circ .$$

$\because BC$ 平分 $\angle ABD$,

$$\therefore \angle DBC = \angle ABC = 54^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ABC + \angle DBC = 54^\circ + 54^\circ = 108^\circ .$$

$$\because \angle ABD + \angle CDB = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle CDB = 180^\circ - \angle ABD = 72^\circ .$$

$$\because \angle 2 = \angle CDB ,$$

$$\therefore \angle 2 = 72^\circ .$$

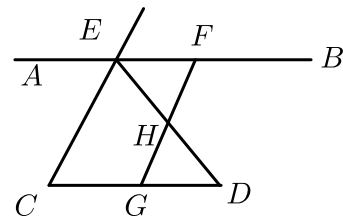
【标注】【知识点】平行线的性质

【重点强调】

2018~2019学年3月天津河北区天津市第二中学初一下学期月考第30题8分

练习

10. 如图，已知点 E 、 F 在直线 AB 上，点 G 在线段 CD 上， DE 与 FG 相交于点 H ， $\angle C = \angle EFG$ ， $\angle CED = \angle GHD$. 试说明：



(1) $CE \parallel GF$.

(2) $\angle AED + \angle D = 180^\circ$.

【答案】 (1) 证明见解析 .

(2) 证明见解析 .

【解析】 (1) $\because \angle CED = \angle GHD$ (已知) ,

$\therefore CE \parallel GF$ (同位角相等 , 两直线平行) .

(2) $\because CE \parallel GF$ (已证) ,

$\therefore \angle EFG + \angle CEB = 180^\circ$ (两直线平行 , 同旁内角互补) .

$\because \angle C = \angle EFG$ (已知) ,

$\therefore \angle C + \angle CEB = 180^\circ$ (等量代换) .

$\therefore AB \parallel CD$ (同旁内角互补 , 两直线平行) .

$\therefore \angle AED + \angle D = 180^\circ$ (两直线平行 , 同旁内角互补) .

【标注】 【知识点】平行线的性质

【知识点】平行线判定

【重点强调】

2017~2018学年天津和平区初一下学期期中第22题

|| 例题

11. 两个角的两边分别平行 , 其中一个角是 60° , 则另一个角是 () .

A. 60°

B. 120°

C. 60° 或 120°

D. 无法确定

【答案】 C

【解析】 如图 (1) $\because AB \parallel DE$,

$\therefore \angle A = \angle 1 = 60^\circ$.

$\because AC \parallel EF$,

$\therefore \angle E = \angle 1$,

$$\therefore \angle A = \angle E = 60^\circ .$$

如图(2) $\because AC \parallel EF$,

$$\therefore \angle A = \angle 1 = 60^\circ ,$$

$\because DE \parallel AB$,

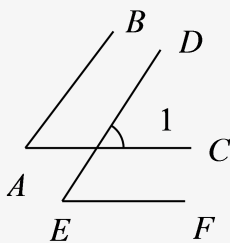
$$\therefore \angle E + \angle 1 = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle A + \angle E = 180^\circ .$$

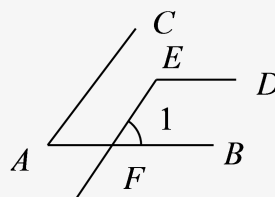
$\therefore$

$$\angle E = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ .$$

故一个角是 60° , 则另一个角是 60° 或 120° .



图(1)



图(2)

【标注】【知识点】平行线的性质

【重点强调】

2017~2018学年3月天津河西区天津市新华中学初一下学期月考第9题4分

练习

12. 如果两个角的两边分别平行, 而其中一个角比另一个角的4倍少 30° , 那么这两个角分别是 _____ .

【答案】 10° 、 10° 或 42° 、 138°

【解析】 设一个角为 x 度, 则另一个角为 $(4x - 30)$ 度,

$\because$ 如果两个角的两边分别平行, 那么这两个角相等或互补

$$\therefore 4x - 30 = x \text{ 或 } 4x - 30 + x = 180 ,$$

$$\text{解得: } x = 10 \text{ 或 } x = 42 ,$$

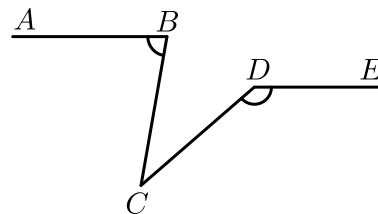
$$\text{当 } x = 42 \text{ 时, } 4x - 30 = 138 ,$$

即这两个角是 10° 、 10° 或 42° 、 138° .

【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-需要分类讨论

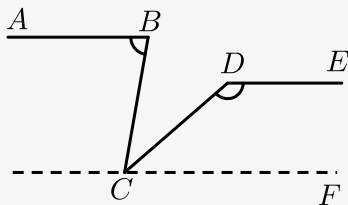
独步天下

13. 如图, 已知 $AB \parallel DE$, $\angle ABC = 80^\circ$, $\angle CDE = 140^\circ$, 求 $\angle BCD$ 的度数.



【答案】 40° .

【解析】 过点 C 作 $CF \parallel AB$.



$\because AB \parallel DE$ 且 $CF \parallel AB$ (已知)

$\therefore CF \parallel AB \parallel DE$ (平行于同一条直线的两直线平行)

$\because AB \parallel CF$ 且 $\angle ABC = 80^\circ$ (已知)

$\therefore \angle BCF = \angle ABC = 80^\circ$ (两直线平行, 内错角相等)

$\because DE \parallel CF$ 且 $\angle CDE = 140^\circ$ (已知)

$\therefore \angle DCF = 180^\circ - \angle CDE = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补)

$\therefore \angle BCD = \angle BCF - \angle DCF = 80^\circ - 40^\circ = 40^\circ$.

【标注】 【知识点】 平行线的性质

【知识点】 平行公理及其推论

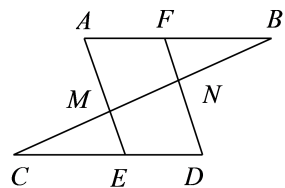
二、 平行线的性质和判定综合

【教法备注】

- 1、平行线的性质前提是两直线平行, 然后得出角的相等或互补的关系, 由“位置关系”到“数量关系” ;
- 2、平行线的判定是以角的相等或互补为前提推出两直线平行, 是从“数量关系”到“位置关系” .

|| 例题

14. 如图, $\angle B = \angle C$, $\angle A = \angle D$, 下列结论: ① $AB \parallel CD$; ② $AE \parallel DF$; ③ $AE \perp BC$; ④ $\angle AMC = \angle BND$, 其中正确的结论有 () .



A. ①②④

B. ②③④

C. ③④

D. ①②③④

【答案】 A

【解析】 $\because \angle B = \angle C$,

$\therefore AB \parallel CD$, 故①正确.

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A = \angle AEC$,

$\because \angle A = \angle D$,

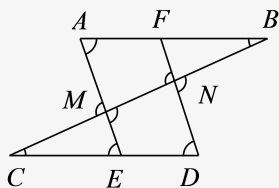
$\therefore \angle AEC = \angle D$,

$\therefore AE \parallel DF$, 故②正确,

$\because AE \parallel DF$,

$\therefore \angle EMN = \angle FNC$,

$\therefore \angle AMC = \angle BND$, 故④正确.

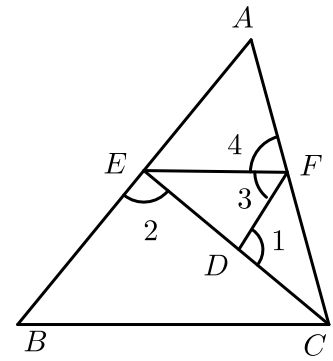


【标注】【知识点】平行线判定

【重点强调】

2017~2018学年天津河北区天津外国语大学附属外国语学校初一下学期期中第9题3分

15. 如图, 已知 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 3 = \angle B$, $\angle 4 = 60^\circ$, 求 $\angle ACB$ 的度数.



【答案】 60° .

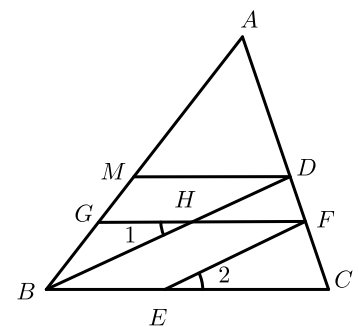
【解析】 $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle AEC + \angle 2 = 180^\circ,$
 $\therefore \angle 1 = \angle AEC,$
 $\therefore AB \parallel DF,$
 $\therefore \angle AEF = \angle 3,$
 $\because \angle 3 = \angle B,$
 $\therefore \angle AEF = \angle B,$
 $\therefore EF \parallel BC,$
 $\therefore \angle ACB = \angle 4 = 60^\circ.$

【标注】 【知识点】 平行线判定与性质的综合

【重点强调】

2018~2019学年3月天津南开区天津市第五十中学初一下学期月考第23题8分

16. 如图, $BD \perp AC$ 于点 D , $EF \perp AC$ 于点 F , $DM \parallel BC$, $\angle 1 = \angle 2$.



- (1) 求证: $GF \parallel BC$.
 (2) 求证: $\angle AMD = \angle AGF$.

【答案】 (1) 证明见解析 .

(2) 证明见解析 .

【解析】(1) $\because BD \perp AC, EF \perp AC,$

$$\therefore BD \parallel EF,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle EFG,$$

$$\text{又} \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle EFG,$$

$$\therefore GF \parallel BC.$$

(2) 由(1)知 $GF \parallel BC,$

$$\text{又} DM \parallel BC,$$

$$\therefore DM \parallel FG,$$

$$\therefore \angle AMD = \angle AGF.$$

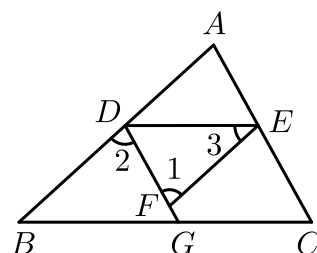
【标注】【知识点】平行线判定与性质的综合

【重点强调】

2017~2018学年3月天津和平区天津市汇文中学初一下学期月考第22题

练习

17. 如图, 已知 $\angle 1 + \angle AEF = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle AEF = 180^\circ$, $\angle 3 = \angle B$, 判断 $\angle AED$ 与 $\angle C$ 的关系为 _____, 并证明你的结论.



【答案】 $\angle AED = \angle C$, 证明见解析.

【解析】 $\because \angle 1 + \angle AEF = 180^\circ$, (已知)

$$\therefore DF \parallel AC, \text{ (同旁内角互补, 两直线平行)}$$

$$\therefore \angle 2 = \angle A, \text{ (两直线平行, 同位角相等)}$$

$$\because \angle 2 + \angle AEF = 180^\circ, \text{ (已知)}$$

$$\therefore \angle A + \angle AEF = 180^\circ, \text{ (等量代换)}$$

$$\therefore AB \parallel EF, \text{ (同旁内角互补, 两直线平行)}$$

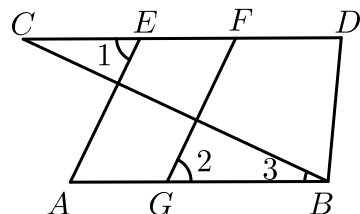
$$\therefore \angle 3 = \angle ADE, \text{ (两直线平行, 内错角相等)}$$

$$\because \angle 3 = \angle B, \text{ (已知)}$$

$\therefore \angle B = \angle ADE$, (等量代换)
 $\therefore DE \parallel BC$, (同位角相等 , 两直线平行)
 $\therefore \angle AED = \angle C$. (两直线平行 , 同位角相等)

【标注】【知识点】平行线判定与性质的综合

18. 已知：如图， $AE \perp BC$ ， $FG \perp BC$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle D = \angle 3 + 60^\circ$ ， $\angle CBD = 70^\circ$.



- (1) 求证： $AB \parallel CD$.
 (2) 求 $\angle C$ 的度数 .

【答案】 (1) 证明见解析 .

(2) 25° .

【解析】 (1) $\because AE \perp BC$ ， $FG \perp BC$ ，

$$\therefore \angle 4 = \angle 5 ,$$

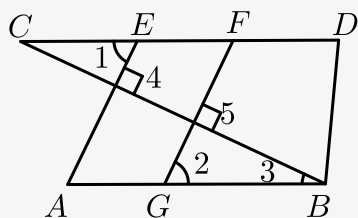
$$\therefore AE \parallel GF ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle A ,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2 ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle A ,$$

$$\therefore AB \parallel CD .$$



(2) $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle D + \angle CBD + \angle 3 = 180^\circ ,$$

$$\because \angle D = \angle 3 + 60^\circ , \angle CBD = 70^\circ ,$$

$$\therefore \angle 3 = 25^\circ ,$$

$$\because AB \parallel CD ,$$

$$\therefore \angle C = \angle 3 = 25^\circ .$$

【标注】【能力】推理论证能力

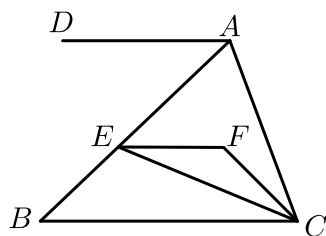
【知识点】平行线判定

【知识点】平行线的性质

【重点强调】

2019~2020学年天津和平区天津市兴南中学初一下学期期中第22题

19. 如图, $EF \parallel AD$, $AD \parallel BC$, CE 平分 $\angle BCF$, $\angle DAC = 130^\circ$, $\angle FEC = 15^\circ$. 求 $\angle ACF$ 的度数.



【答案】 20° .

【解析】 $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle ACB + \angle DAC = 180^\circ .$$

$$\text{又} \because \angle DAC = 130^\circ ,$$

$$\therefore \angle ACB = 50^\circ ,$$

$$\because EF \parallel AD , AD \parallel BC ,$$

$$\therefore EF \parallel BC .$$

$$\therefore \angle BCE = \angle FEC = 15^\circ .$$

$$\text{又} \because CE \text{ 平分 } \angle BCF ,$$

$$\therefore \angle BCF = 2\angle BCE = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle ACF = \angle ACB - \angle BCF = 20^\circ .$$

【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

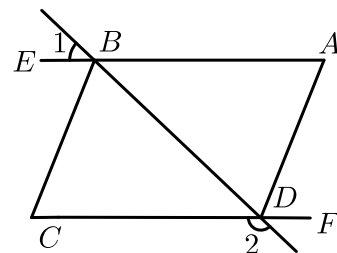
【知识点】平行线的性质

【重点强调】

2018~2019学年3月天津南开区天津市津英中学初一下学期月考第22题

 独步天下

20. 如图, 已知 $AE \parallel CF$, $\angle A = \angle C$.



- (1) 若 $\angle 1 = 40^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数 .
- (2) 判断 AD 与 BC 的位置关系 , 并说明理由 .
- (3) 若 AD 平分 $\angle BDF$, 求证 : BC 平分 $\angle DBE$.

【答案】 (1) 140° .

(2) $AD \parallel BC$.

(3) 证明见解析 .

【解析】 (1) $\because \angle 1 = \angle ABD$, $\angle 1 = 40^\circ$,

$$\therefore \angle ABD = 40^\circ .$$

$$\because AE \parallel CF ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BDC = 40^\circ ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle BDC = 140^\circ .$$

(2) $AD \parallel BC$, 证明如下 :

$$\because AE \parallel CF ,$$

$$\therefore \angle A + \angle ADC = 180^\circ .$$

$$\because \angle A = \angle C ,$$

$$\therefore \angle C + \angle ADC = 180^\circ ,$$

$$\therefore BC \parallel AD .$$

(3) $\because AE \parallel CF$,

$$\therefore \angle EBD = \angle BDF .$$

$$\because AD \text{ 平分 } \angle BDF ,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle ADF = \frac{1}{2} \angle BDF .$$

$$\because BC \parallel AD ,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle CBD .$$

$$\therefore \angle BDF = 2\angle BDA , \angle BDA = \angle CBD ,$$

$$\therefore \angle BDF = 2\angle CBD .$$

$$\therefore \angle BDF = \angle EBD ,$$

$$\therefore \angle EBD = 2\angle CBD ,$$

$\therefore BC$ 平分 $\angle EBD$.

【标注】【知识点】平行线判定与性质的综合

【重点强调】

2017~2018 学年天津和平区初一下学期期中第 24 题